PROBLEMAS RESUELTOS DE FÍSICA MODERNA

1. Calcula la indeterminación en la velocidad de un objeto de 300 g si la posición se determina con una exactitud de millonésimas de cm.

Según el principio de incertidumbre de Heisenberg, el producto de las indeterminaciones en las medidas de la posición y de la cantidad de movimiento de una partícula siempre es mayor de un determinado valor: $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4 \cdot \pi}$ por lo que si $\Delta x=10^{-8}$m $\Delta p>=h/4\cdot\pi\cdot\Delta x$

$\Delta v>=h/4\cdot\pi\cdot\Delta x\cdot m$ $\Delta v>=6{,}64\cdot10^{-34}/4\cdot\pi\cdot10^{-8}\ 0{,}3$ $\Delta v >=1{,}76\cdot10^{-26}$ m/s

2. Si el oxígeno 16 tiene (Z=8) de masa 15,9949 u, calcula su defecto de masa, la energía de enlace y la energía de enlace por nucleón.

m proton=1,0073u m neutron=1,0087 u $1u=1{,}6606\cdot10^{-27}$ kg

El O_8^{16} esta formado por 8 protones y 8 neutrones, luego teóricamente su masa debería ser:
$mp^+=8\cdot1{,}0073=8{,}0584$ u $mn^0=8\cdot1{,}0087=8{,}0696$ u por lo que la suma sería: m O^{16}=16,128 u

Como, al parecer, la masa efectivamente medida es m O^{16}=15,9949 u, el defecto de masa entre ambas sería la diferencia $\Delta m=0{,}1331$ u

En kg sería de $0{,}1331\cdot1{,}6606\cdot10^{-27} = 0{,}221026\cdot 10^{-27}$ kg
Según Einstein, la equivalencia entre m y Energía es $E=m\cdot c^2$ por lo que el defecto de masa equivale a $E=0{,}2210\cdot 10^{-27} \cdot (3\cdot10^8)^2= 1{,}9892\cdot10^{-11}$ J
y la energía de enlace por nucleón $1{,}9892\cdot 10^{-11} /16=0{,}124\cdot 10^{-11}$J/nucleon

Se suele dar el dato en eV: $0{,}124\cdot 10^{-11}/1{,}6\cdot10^{-19} = 0{,}0775\cdot10^8 = 7{,}75\cdot10^6$=7,75 MeV

3. Los nucleos de ^{12}C y ^{13}C (Z=6) tienen respectivamente de masa 12,0000 u y 13,0034 u. Calcula para ambos el defecto de masa un umas y kg, la energía de enlace, la energía de enlace por nucleón (datos del problema anterior)

La resolución es parecida a la del problema anterior:
C^{12} tiene 6 protones y 6 neutrones, luego $mp^+=6\cdot1{,}0073=6{,}0438$ u y $mn^0=6\cdot1{,}0087=6{,}0522$ u luego la suma sería m=12,096 u y como la masa medida es 12,0000 el defecto de masa será $\Delta m=0{,}096$ u en kg $\Delta m=0{,}096\cdot1{,}6606\cdot10^{-27}=1{,}5942\cdot10^{-28}$kg
Según la equivalencia entre masa y energía $\Delta E=\Delta m\cdot c^2=1{,}5942\cdot10^{-28}\cdot(3\cdot10^8)^2= 1{,}4348\cdot10^{-11}$J
Por lo que la energía de enlace por nucleón$=1{,}4348\cdot10^{-11}/12=1{,}196\cdot10^{-12}$J

C^{13} tiene 6 protones y 7 neutrones luego $mp^+=6\cdot1{,}0073=6{,}0438$ u y $mn^0=7\cdot1{,}0087=7{,}0609$ u luego la suma sería m=13,1047 u y como la masa medida es 13,0034 u el defecto de masa será $\Delta m=0{,}1013$ u ,en kg $\Delta m=0{,}1013\cdot1{,}6606\cdot10^{-27}=1{,}682\cdot10^{-28}$kg
Según la equivalencia entre masa y energía $\Delta E=\Delta m\cdot c^2=1{,}682\cdot10^{-28}\cdot(3\cdot10^8)^2= 1{,}514\cdot10^{-11}$J
Por lo que la energía de enlace por nucleón$=1{,}514\cdot10^{-11}/13=1{,}165\cdot10^{-12}$J

Como habitualmente suelen darse estos datos en eV
Para el C^{12} $1{,}196\cdot10^{-12}/1{,}6\cdot10^{-19}$=7,47 MeV
Para el C^{13} $1{,}165\cdot10^{-12}/1{,}6\cdot10^{-19}$=7,28 MeV
Debemos tener en cuenta que la máxima estabilidad nuclear la tiene el Fe con una energía de enlace por nucleón de 8,8 MeV

4. Una muestra contiene inicialmente 10^{20} átomos, de los que un 20% corresponden a material radiactivo con un periodo de semidesintegración de 20 años. Calcula: la constante de desintegración, el numero de átomos radiactivos iniciales y la actividad inicial de la muestra y, el número de átomos radiactivos y la actividad de la muestra al cabo de 50 años.

La desintegración radiactiva de una muestra de átomos viene dada por la expresión $N=N_o\cdot e^{-\lambda t}$
Donde N_o es número inicial de núcleos radiactivos, N el que queda al cabo de un tiempo t y λ es la constante de desintegración radiactiva.

$T_{1/2}$ es el periodo de semidesintegración, es decir, el tiempo para el que nos queda la mitad de los núcleos iniciales, y está relacionado con λ mediante la expresión: $T_{1/2}=\ln 2/\lambda$
Si $T_{1/2}$ es 20 años $\lambda = \ln 2/T_{1/2} = \ln 2/20 = 0{,}0346$ años^{-1}
Si nos dicen que el 20% de la muestra inicial (10^{20}) es radiactiva
$N_o = 0{,}2\cdot 10^{20}$ núcleos(átomos)

Como la actividad de una muestra se define como la velocidad a la que se descomponen los nucleos, $A= -dN/dt=\lambda\cdot N$ queda $A = 0{,}0346\cdot 0{,}2\cdot 10^{20} = 0{,}00692\cdot 10^{20}$ núcleos/año pero como la unidad correcta es el Bq o núcleos/s $A = 0{,}00692\cdot 10^{20} /365\cdot 24\cdot 3600 = 2\cdot 10^{10}$ Bq

Al cabo de 50 años:
$N=N_o\cdot e^{-\lambda t} =0{,}2\cdot 10^{20} \cdot e^{-0{,}0346\cdot 50} = 0{,}2\cdot 10^{20} \cdot 0{,}1773 = 0{,}0354\cdot 10^{20}$ núcleos
Es decir, quedan el 17,73% de los núcleos iniciales.

Y la actividad quedará: $A= -dN/dt=\lambda\cdot N =0{,}0346\cdot 0{,}0354\cdot 10^{20} =0{,}001225\cdot 10^{20}$ núcleos/año
En Bq, $A=0{,}0001225\cdot 10^{20} /365\cdot 24\cdot 3600=3{,}884\cdot 10^{9}$ Bq

5. El periodo de semidesintegración del ^{226}Ra es de 1620 años. Calcular la actividad de 1g de ^{226}Ra y calcular el tiempo necesario para que la actividad de la muestra se reduzca a una dieciseisava parte de su valor original.

Como la actividad es $A = \lambda\cdot N$ necesitamos conocer la constante de desintegración radiactiva λ y el número de átomos iniciales en la muestra de 1g de Ra.

Puesto que el periodo de semidesintegración del ^{226}Ra es $T_{1/2}$ = 1620 años y $T_{1/2}=\ln 2/\lambda$
$\lambda = \ln 2/T_{1/2} = 0{,}693/1620 = 4{,}279\cdot 10^{-4}=$ años^{-1}

Recordamos que de acuerdo con Avogadro, el número de moléculas (en este caso átomos) que hay en un mol o molécula-gramo (en este caso átomo-gramo) es de $6{,}022\cdot 10^{23}$ átomos/mol
Luego necesitamos saber cuantos átomos-gramo hay en 1g de ^{226}Ra.
n =1/226 = 0,004425 atomos-gr luego el número de átomos que tendremos en la muestra será $N = 0{,}004425\cdot 6{,}022\cdot 10^{23} = 2{,}665\cdot 10^{21}$ átomos

Una vez calculadas las dos incógnitas, basta con sustituir

$A = \lambda\cdot N = 4{,}279\cdot 10^{-4}\cdot 2{,}665\cdot 10^{21} = 1{,}1403\cdot 10^{18}$ átomos/año
En Bq, $A = 1{,}1403\cdot 10^{18} /365\cdot 24\cdot 3600 = 3{,}62\cdot 10^{10}$ Bq

Para que la actividad de una muestra se reduzca, solo puede deberse a que lo haga el número de átomos radiactivos N, ya que la constante λ como su propio nombre indica, no varia .

Si aplicamos la ley de desintegración $N=N_o \cdot e^{-\lambda t}$ puesto que $N = N_0/16$

$N_0/16 = N_o \cdot e^{-\lambda t}$ $1/16 = e^{-\lambda t}$ aplicando logaritmos neperianos $\ln 1 - \ln 16 = \ln e^{-\lambda t}$

$-\ln 16 = -\lambda t$ $2{,}7726 = 4{,}279 \cdot 10^{-4} \cdot t$ $t=6479$ años